การศึกษาเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการสวมหน้ากากอนามัยสำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่

A Study Global asymptotic stability on a mathematical model of mask-wearing for influenza epidemic control

อนุวัตร จิรวัฒนพาณิช[1*]

Anuwat Jirawattanapanit[1*]

[1] ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

[1] Department of Mathematics, Faculty of Education, Phuket Rajabhat University.

[*]**Corresponding author, E-mail:** anuwat.j@pkru.ac.th

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับและวิเคราะห์เชิงตัวเลขจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการสวมหน้ากากอนามัยสำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่ ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์เสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับโดยพิจารณาจากฟังก์ชันไลปูนอฟที่เหมาะสมซึ่งผู้วิจัยได้เพิ่มค่าพารามิเตอร์อัตราการสวมหน้ากากอนามัย รวมทั้งหาเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับอธิบายการดำเนินการของโรคและวิเคราะห์เชิงตัวเลขจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อตรวจสอบเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับ ณ จุดสมดุลที่มีโรค

จากการวิจัยพบว่าการสวมหน้ากากอนามัยเป็นปัจจัยหนึ่งต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการควบคุมการแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่ โดยพบว่าถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อมีการสวมหน้ากากอนามัยป้องกันไข้หวัดใหญ่เป็นจำนวนมากจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลงจนกระทั่งไม่มีการแพร่ระบาดและอัตราการสวมหน้ากากอนามัยส่งผลให้จำนวนประชากรทั้งสามกลุ่มมีแนวโน้มลู่เข้าสู่จุดสมดุลที่มีโรคและจุดสมดุลมีเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับ

คำสำคัญ: ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์, ไข้หวัดใหญ่, การควบคุมการแพร่ระบาดของโรค, ฟังก์ชันไลปูนอฟ

Abstract

The purpose of this research was to study the Globally asymptotic stable and numerical analysis from a mathematical model of mask-wearing for influenza epidemic control. The researcher conducted the analysis Globally asymptotic stable on appropriate Lyapunov function. The researchers increased the mask-wearing rate parameters, sought conditions sufficient to describe disease progression, and numerically analyzed the mathematical models to determine the Globally asymptotic stable of the broad-spectrum equilibrium point with disease.

Research has shown that wearing a mask is a factor in controlling the spread of influenza. A mathematic model was found that if the population at risk of infection wear a mask to prevent influenza in large numbers, it will reduce the spread of the disease until there is no epidemic. The rate of wearing masks will result in addition; the three populations tended towards equilibrium with condition and balance with Globally asymptotic stable.

Keywords: Mathematics model, influenza, control the spread, Lyapunov function

บทนำ

คณิตศาสตร์ได้เข้ามามีบทบาทเกี่ยวข้องในการดำรงชีวิตของมนุษย์ สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในหลากหลาย ซึ่งทางการแพทย์สามารถประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์เพื่อจำลองการแพร่ระบาดของโรคและการรักษาโรคต่าง ๆ รวมทั้งเป็นเครื่องมือช่วยทำความเข้าใจเกี่ยวกับสุขภาพหลาย ๆ ด้าน อาทิ สภาพแวดล้อมที่ทำให้เกิดโรค การป้องกันโรค การทดสอบปริมาณยา เป็นต้น ปัจจุบันการเปลี่ยนแปลงของสภาพภูมิอากาศ สิ่งแวดล้อมเป็นสาเหตุให้เกิดโรคที่ติดต่อกันได้ง่าย มีการแพร่ระบาดอย่างรวดเร็วส่งผลต่อสุขภาพของมนุษย์ ดังนั้นจำเป็นต้องอาศัยเครื่องมือทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์มาประยุกต์ใช้สำหรับคาดการณ์และพยากรณ์การแพร่ระบาดของโรคเพื่อช่วยให้นักวิจัยเข้าใจกระบวนการเกิดโรคและหาวิธีการยับยั้งโรคระบาดได้อย่างเหมาะสม (ธีรวัฒน์ นาคะบุตร, 2546)

โรคไข้หวัดใหญ่เป็นโรคที่เกิดจากเชื้อไวรัสไข้หวัดใหญ่ (Influenza virus) ปัจจุบันเชื้อไวรัสไข้หวัดใหญ่มีการเปลี่ยนแปลงทำให้มีการติดต่อมายังมนุษย์หรือสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนมได้และมีความรุนแรงมากขึ้นทำให้เสียชีวิตได้หากสัมผัสใกล้ชิดกับพาหะของโรค และการติดต่อจากคนที่เป็นโรคส่วนไข้หวัดใหญ่ในคนมี 2 กลุ่ม คือไข้หวัดใหญ่ และไข้หวัดใหญ่สายพันธุ์ใหม่ สายพันธุ์ไข้หวัดใหญ่ในมนุษย์มีหลายสายพันธุ์ได้แก่ สายพันธุ์ H1N1 และ H3N2 เป็นการติดเชื้อทางเดินระบบหายใจ เชื้ออาจจะลามเข้าปอดส่งผลให้เกิดปอดบวม ผู้ป่วยจะมีไข้สูงปวดศีรษะ ปวดตามตัว ปวดกล้ามเนื้อ อาการของโรคไข้หวัดใหญ่ คือ มีไข้ ไอ มีน้ำมูก เจ็บคอ ปวดเมื่อยตามตัว อาการส่วนใหญ่จะไม่รุนแรงเป็นอยู่ประมาณ 3-5 วัน ซึ่งบางครั้งจะ

คล้ายโรคไข้หวัดธรรมดา ในผู้ป่วยที่มีอาการรุนแรงอาจเกิดการอักเสบของปอด ทำให้ปอดบวมการหายใจล้มเหลว อาจจะรุนแรงจนถึงเสียชีวิตได้การติดต่อของไข้หวัดใหญ่เกิดจากการสัมผัสละอองฝอยจากการไอจามของผู้ป่วยโดยละอองฝอยที่มีเชื้อไวรัสเข้าสู่ระบบทางเดินหายใจหรือเข้าสู่เยื่อบุต่าง ๆ เช่น เยื่อบุตาจะทำให้เชื้อไวรัสเข้าสู่ร่างกายและเป็นโรคไข้หวัดใหญ่ได้ดังนั้นผู้ป่วยและผู้ใกล้ชิดจึงควรสวมหน้ากากอนามัยเพื่อลดการแพร่กระจายของละอองฝอยที่มีเชื้อไวรัส และทุกคนควรล้างมือบ่อย ๆ และหลีกเลี่ยงการใช้มือสัมผัสหน้า ตาและจมูก (สำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรคกระทรวงสาธารณสุข, 2562)

ฟังก์ชันไลปูนอฟ (Lyapunov function) เป็นฟังก์ชันที่ใช้ในการการหาเสถียรภาพของระบบพลวัตในทฤษฎีเสถียรภาพของไลปูนอฟ ซึ่งฟังก์ชันนี้มีบทบาทสำคัญมากในทฤษฎีเสถียรภาพ และ ทฤษฎีระบบควบคุม สมการไลปูนอฟมักถูกใช้ในหลายสาขาของทฤษฎีระบบควบคุมเช่น ในการวิเคราะห์เสถียรภาพ และการควบคุมแบบเหมาะสมที่สุด (Optimal Control) ซึ่งทฤษฎีเสถียรภาพของไลปูนอฟสามารถบอกได้ว่า ถ้าหากฟังก์ชันไลปูนอฟสอดคล้องกับเกณฑ์ของเสถียรภาพจึงสามารถสรุปได้ว่าระบบนั้นมีเสถียรภาพ แต่ในทางกลับกัน ระบบที่มีเสถียรภาพไม่สามารถบอกได้ว่าฟังก์ชันแบบใดที่เป็นฟังก์ชันไลปูนอฟได้ ดังนั้นในการพิสูจน์เสถียรภาพของระบบ จะกระทำโดยการสร้างฟังก์ชันที่มีคุณสมบัติตรงตามคุณสมบัติฟังก์ชันที่เข้าเกณฑ์การเป็นฟังก์ชันไลปูนอฟถ้าสามารถหาฟังก์ชันไลปูนอฟมาพิสูจน์เสถียรภาพได้จะเป็นการพิสูจน์ได้ว่าระบบนั้น ๆ มีเสถียรภาพ ดังนั้นผู้วิจัยดำเนินการสร้างฟังก์ชันไลปูนอฟที่เหมาะสมกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อหาเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับอธิบายการดำเนินการของโรคณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรคและจุดสมดุลที่มีโรค รวมทั้งวิเคราะห์เชิงตัวเลขจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และวิเคราะห์เสถียรภาพของการแพร่ระบาดของโรคต่าง ๆ (Xu R. & Ma Z, 2009)

จากเหตุข้างต้นผู้วิจัยได้ตระหนักและเห็นประโยชน์ที่ได้รับจึงทำการวิจัยเรื่องการศึกษาเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการสวมหน้ากากอนามัยสำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่ เพื่อศึกษาเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับและวิเคราะห์เชิงตัวเลขจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การสวมหน้ากากอนามัยสำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการสวมหน้ากากอนามัยสำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่

2. เพื่อวิเคราะห์เชิงตัวเลขจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการสวมหน้ากากอนามัยสำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่

แนวคิด ทฤษฎี และกรอบแนวคิด

1) กรอบแนวคิด

การศึกษาเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการสวมหน้ากากอนามัยสำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่ เป็นการแปลงปัญหาที่เกิดขึ้นจริงให้อยู่ในรูปของสมการคณิตศาสตร์เพื่อง่ายต่อการวิเคราะห์และพยากรณ์การแพร่ระบาดของโรค รวมทั้งใช้ผลของการพยากรณ์ในการตัดสินใจสำหรับการควบคุมและป้องกันโรคไข้หวัดใหญ่ การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับโรคไข้หวัดใหญ่และแปลงเป็นแบบจำลองที่อยู่ในรูปของสมการทางคณิตศาสตร์โดยผู้วิจัยได้ศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์พื้นฐาน SIR Model (Susceptible-Infectious-Recovered) ซึ่งแบ่งประชากรออกเป็น 3 กลุ่มคือกลุ่ม Susceptible เป็นกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อกลุ่ม Infectious เป็นกลุ่มที่ติดเชื้อ กลุ่ม Recovered เป็นกลุ่มที่มีภูมิคุ้มกันหรือกลุ่มที่ติดเชื้อแล้วหาย (อนุวัตร จิรวัฒนพาณิช, 2562) โดยผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์การมีเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับที่จุดสมดุลที่ไม่มีโรคและจุดสมดุลที่มีโรคจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการสวมหน้ากากอนามัยสำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างฟังก์ชันไลปูนอฟที่เหมาะสมกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Xu R. & Ma Z, 2009) เพื่อหาเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับอธิบายการดำเนินการของโรคณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรค E_0 และจุดสมดุลที่มีโรค E_1 และวิเคราะห์เชิงตัวเลขจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการสวมหน้ากากอนามัยสำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่เพื่อวิเคราะห์เสถียรภาพของการแพร่ระบาดจากอัตราการสวมหน้ากากอนามัยในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2) ความรู้พื้นฐาน

พิจารณาระบบ $\dot{x}(t) = f(t, x(t))$ โดยที่ $x \in \mathbb{R}^n$ และ f เป็นเวกเตอร์ที่มี $f_i = (t, x_1, x_2, ..., x_n)$ โดย i =1,2,...,n เป็นองค์ประกอบที่ทำให้ f_i เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่สามารถหาอนุพันธ์ย่อยอันดับหนึ่งได้ แล้วจะมีผลเฉลยเพียงหนึ่งเดียวของสมการ $\dot{x}(t) = f(t, x(t))$ ภายใต้เงื่อนไขเริ่มต้นที่กำหนดให้ดังนี้

บทนิยาม 1 ฟังก์ชันไลปูนอฟ กำหนดให้ $V : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ จะกล่าวว่า $V(x(t))$ เป็นฟังก์ชันไลปูนอฟของสมการ $\dot{x}(t) = f(t, x(t))$ ซึ่ง $V(x(t))$ สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

1) $V(x(t))$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบน $\mathbb{R}^n$

2) $V(x(t))$ เป็นฟังก์ชันบวกแน่นอน นั่นคือ $V(x(t)) > 0$ สำหรับ $x(t) \neq 0$ และ$V(0) = 0$

3) อนุพันธ์ย่อยของ $V(x(t))$ เทียบกับ t

$$\dot{V}(x(t)) = \frac{\partial V}{\partial x_1}\dot{x}_1 + \frac{\partial V}{\partial x_2}\dot{x}_2 + ... + \frac{\partial V}{\partial x_n}\dot{x}_n = \frac{\partial V}{\partial x_1}f_1 + \frac{\partial V}{\partial x_2}f_2 + ... + \frac{\partial V}{\partial x_n}f_n$$

เป็นฟังก์ชันกึ่งลบแน่นอน นั่นคือ $\dot{V}(x(t)) \le 0$ สำหรับ $x(t) \neq 0$และ $V(0) = 0$

บทนิยาม 2 จุดสมดุล จุดสมดุลของสมการ $\dot{x}(t) = f(t, x(t))$ คือ x= a ที่ทำให้ f(t, a)= 0

บทนิยาม 3 เซตค่าคงที่บวก ให้ระบบ $\dot{x}(t) = f(t, x(t))$ มีเส้นโคจรคือ $x(t, x_0)$ เมื่อ x_0 คือจุดเริ่มต้น ให้ $\Upsilon = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \phi(x) = 0\}$ โดยที่ ϕ คือฟังก์ชันค่าจริง จะเรียก Υ ว่าเซตค่าคงที่บวก ถ้า $x_0 \in \Upsilon$ แล้ว $x(t, x_0) \in \Upsilon, \ \forall t \geq 0$

บทตั้ง 1กำหนดให้ x = 0 เป็นจุดสมดุลของสมการ $\dot{x}(t) = f(t, x(t))$ จะได้ว่า

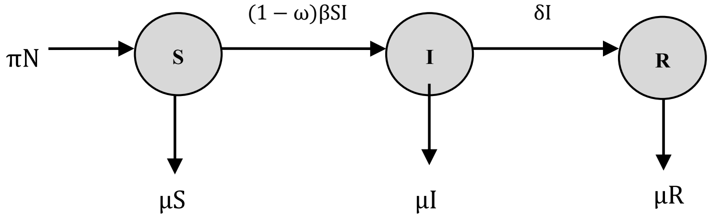
1) จุดสมดุลของสมการ $\dot{x}(t) = f(t, x(t))$ จะเสถียรภาพ ถ้าฟังก์ชันไลปูนอฟ $V(x(t))$ สอดคล้องกับบทนิยาม 1

2) จุดสมดุลของสมการ $\dot{x}(t) = f(t, x(t))$ จะเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ ถ้าฟังก์ชันไลปูนอฟ $V(x(t))$ สอดคล้องกับบทนิยาม 1 และอนุพันธ์ย่อยของ $V(x(t))$ เทียบกับ t เป็นลบแน่นอน นั่นคือ $\dot{V}(x(t)) \leq 0$ สำหรับ x(t) $\neq$ 0 และ V(0) = 0

บทตั้ง 2 เสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับ ถ้าฟังก์ชัน $V(x(t))$ เป็นบวกแน่นอนวงกว้าง (Globally positive definite) และ $\dot{V}(x(t))$ เป็นลบแน่นอนวงกว้าง (Globally negative definite) นั่นคือ $\dot{V}(x) < 0, \ \forall x \in \mathbb{R}^n - \{0\}$ จะสรุปได้ว่าจุดสมดุลมีเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับ (Globally asymptotic stable)

วิธีดำเนินการวิจัย

การดำเนินการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการสวมหน้ากากอนามัยสำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่ โดยผู้วิจัยดำเนินการพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ศึกษาแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ขององค์ประกอบในตัวแบบ ดังนี้



ภาพที่ 1 แผนภาพความสัมพันธ์และองค์ประกอบของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการสวมหน้ากากอนามัยสำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่ มีตัวแบบเป็นระบบสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้น ดังนี้

$$\dot{S} = \pi N - \mu S - (1-\omega)\beta SI \qquad (1)$$

$$\dot{I} = (1-\omega)\beta SI - (\mu+\delta) I \qquad (2)$$

$$\dot{R} = \delta I - \mu R \qquad (3)$$

$$N = S + I + R \qquad (4)$$

เมื่อ S เป็นจำนวนคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ณ t เวลาใด ๆ, I เป็นจำนวนคนที่ติดเชื้อ ณ t เวลาใด ๆ, R เป็นจำนวนคนที่หายป่วยจากโรค ณ t เวลาใด ๆ, π เป็นอัตราการเกิดใหม่ของประชากรมนุษย์, β เป็นอัตราการสัมผัสเชื้อ, μ เป็นอัตราการตายโดยธรรมชาติ, δ เป็นอัตราการมีภูมิคุ้มกัน, ω เป็นอัตราการสวมหน้ากากอนามัย และ N เป็นจำนวนประชากรของมนุษย์ทั้งหมด

โดยผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์การมีเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับที่จุดสมดุลที่ไม่มีโรค E_0 และจุดสมดุลที่มีโรค E_1 จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการสวมหน้ากากอนามัยสำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่โดยดำเนินการดังนี้

1) ผลลัพธ์เชิงบวกสำหรับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

พิจารณาระบบสมการ (1)-(4) ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาประชากร โดยที่ตัวแปรและพารามิเตอร์ทั้งหมดของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไม่เป็นลบ ตามทฤษฎีบทดังนี้

ทฤษฎีบท 1 กำหนดให้ $\pi > 0$, $\mu > 0$, $S(t) > 0$, $I(t) > 0$ และ $R(t) > 0$ จากระบบสมการ (1)-(4) ภายใต้เงื่อนไขเริ่มต้น คือ S_0, I_0 และ R_0 ซึ่งสอดคล้องกับเซต ดังนี้

$\Gamma = \{(S, I, R) \in \mathbb{R}_+^3,\ N(t) \le \frac{1}{\pi - \mu}\}$ จะได้ Γ จะเป็นเซตค่าคงที่ในเชิงบวกต้องครอบคลุมฐานใน $\mathbb{R}_+^3$

พิสูจน์ พิจารณาเลือกฟังก์ชันไลปูนอฟต่อไปนี้ $N(t) = S(t) + I(t) + R(t)$

จากสมการข้างต้นดำเนินการอนุพันธ์ฟังก์ชันไลปูนอฟเทียบตัวแปร t จะได้ $\dot{N} = \dot{S} + \dot{I} + \dot{R}$ ดังนี้

$$\dot{N} = \pi N - \mu S - (1-\omega)\beta SI + (1-\omega)\beta SI - (\mu+\delta) I + \delta I - \mu R$$

$$\dot{N} = \pi N - \mu S - (1-\omega)\beta SI + (1-\omega)\beta SI - \mu I - \delta I + \delta I - \mu R$$

$$\dot{N} = \pi N - \mu S - \mu I - \mu R$$

$$\dot{N} = \pi N - \mu(S + I + R)$$

$$\dot{N} = \pi N - \mu N$$

$$\dot{N} = (\pi - \mu) N$$

จากบทนิยาม 1 ฟังก์ชันไลปูนอฟ จะได้ $\dot{N}(t) \le 0$ เมื่อ $N(t) \le \frac{1}{\pi - \mu}$ และ $\pi > \mu$

ดังนั้น $N(t) > 0$

นั้นคือ Γ เป็นเซตค่าคงที่ในเชิงบวก

จาก $$N(t)e^{\int \mu dt} \le \int \pi e^{\int \mu dt} dt$$

$$N(t)e^{\mu t} \le \int \pi e^{\mu t} dt$$

$$N(t)e^{\mu t} \le \int \pi \frac{e^{\mu t} d(\mu t)}{\mu}$$

$$N(t)e^{\mu t} \le \frac{\pi}{\mu} \int e^{\mu t} d(\mu t)$$

$$N(t)e^{\mu t} \le \frac{\pi}{\mu} e^{\mu t} + N(0)$$

จะได้ $N(t) \le \frac{\pi}{\mu} + N(0)e^{-\mu t}$ เมื่อ $t \to \infty$ ทำให้ $N(0)e^{-\mu t} \to 0$ นั้นคือ $0 \le N(t) \le \frac{\pi}{\mu}$

2) เสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับ ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรค

การหาเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับ ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรค ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์การมีเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับโดยใช้ฟังก์ชันไลปูนอฟที่ ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรค ดังนี้

ทฤษฎีบท 2 กำหนดให้ $\pi > 0,\ \mu > 0$ และ $R_0 < 1$ แล้วจุดสมดุลที่ไม่มีโรค $E_0(S, I, R) = (\frac{\pi}{\mu}, 0, 0)$ มีความเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับภายใต้เงื่อนไข $N(\pi - \mu) - \pi - \frac{\pi^2 N}{\mu S} < 0$

พิสูจน์ พิจารณาเลือกฟังก์ชันไลปูนอฟต่อไปนี้ $N = (S - S_0 \ln S) + I + R$ ดำเนินการอนุพันธ์ฟังก์ชันเทียบตัวแปร t

จะได้ $$\dot{N}(t) = \dot{S}(1 - \frac{S_0}{S}) + \dot{I} + \dot{R}$$

$$\dot{N}(t) = [\pi N - \mu S - (1-\omega)\beta SI][1 - \frac{S_0}{S}] + [(1-\omega)\beta SI - (\mu + \delta) I] + [\delta I - \mu R]$$

$$\dot{N}(t) = \pi N - \mu S - \mu I - \mu R - \pi N \frac{S_0}{S} - \mu S_0 + (1-\omega)\beta I S_0$$

$$\dot{N}(t) = \pi N - \mu N - \pi N \frac{S_0}{S} - \mu S_0 + (1-\omega)\beta I S_0$$

ให้ $\beta = 0,\ S_0 = \frac{\pi}{\mu},\ I_0 = 0$ และ $R_0 = 0$

จะได้ $$\dot{N}(t) = \pi N - \mu N - \pi N \frac{\pi}{\mu S} - \mu \frac{\pi}{\mu} + 0$$

$$\dot{N}(t) = \pi N - \mu N - \frac{\pi^2 N}{\mu S} - \pi$$

$$\dot{N}(t) = N(\pi-\mu) - \frac{\pi^2 N}{\mu S} - \pi$$

จากบทนิยาม 1 ฟังก์ชันไลปูนอฟ จะได้ $\dot{N}(t) \le 0$ เมื่อ $N(\pi-\mu) - \pi - \frac{\pi^2 N}{\mu S} < 0$ โดยทฤษฎีเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับ ณจุดสมดุล $E_0(S,I,R) = (\frac{\pi}{\mu},0,0)$ คือจุดสมดุลที่ไม่มีโรคที่มีเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับ

จากทฤษฎีข้างต้นจากแบบจำลองของระบบสมการ (1)-(4) สามารถอธิบายได้ว่าหากบุคคลนั้นอยู่ในกลุ่มเสี่ยงและ $R_0 < 1$ ดังนั้นจะไม่มีประชากรติดเชื้อและเมื่อเวลาผ่านไปเชื้อโรคจะหายไป

3) เสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับ ณ จุดสมดุลที่มีโรค

การหาเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับ ณ จุดสมดุลที่มีโรค ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์การมีเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับโดยใช้ฟังก์ชันไลปูนอฟที่ ณ จุดสมดุลที่มีโรค ดังนี้

$$E_1(S^*,I^*,R^*) = (\frac{\pi N(\mu+\delta)(1-\omega)\beta}{[(1-\omega)\beta+\mu][\pi\beta N(1-\omega)-\mu(\mu+\delta)]}, \frac{\pi N}{(\mu+\delta)} - \frac{\mu}{(1-\omega)\beta}, \frac{\delta\pi N}{\mu(\mu+\delta)} - \frac{\delta}{(1-\omega)\beta})$$

$$S^* = \frac{\pi N(\mu+\delta)(1-\omega)\beta}{[(1-\omega)\beta+\mu][\pi\beta N(1-\omega)-\mu(\mu+\delta)]}$$

$$I^* = \frac{\pi N}{(\mu+\delta)} - \frac{\mu}{(1-\omega)\beta}$$

$$R^* = \frac{\delta\pi N}{\mu(\mu+\delta)} - \frac{\delta}{(1-\omega)\beta})$$

ทฤษฎีบท 3 กำหนดให้ $\pi > 0,\ \mu > 0, \delta > 0,\ I > 0$ และ $R_0 > 1$ แล้วจุดสมดุลที่มีโรค $E_1(S^*,I^*,R^*)$ มีความเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับภายใต้เงื่อนไข $\mu = \frac{\pi N}{S^*} - (1-\omega)\beta I^*$, $\mu+\delta = (1-\omega)\beta S^*$ และ $\mu = \frac{\delta I^*}{R^*}$

พิสูจน์ พิจารณาเลือกฟังก์ชันไลปูนอฟต่อไปนี้

$$N = (S - S^*\ln S) + (I - I^*\ln I) + (R - R^*\ln R)$$

$$\dot{N} = \dot{S}(1-\frac{S^*}{S}) + \dot{I}(1-\frac{I^*}{I}) + \dot{R}(1-\frac{R^*}{R})$$

$$\dot{N} = [\pi N - \mu S - (1-\omega)\beta SI](1-\frac{S^*}{S}) + [(1-\omega)\beta SI - (\mu+\delta)I](1-\frac{I^*}{I}) + [\delta I - \mu R](1-\frac{R^*}{R})$$

$$\dot{N} = [\pi N - \mu S - (1-\omega)\beta SI](\frac{S-S^*}{S}) + [(1-\omega)\beta SI - (\mu+\delta)I](\frac{I-I^*}{I}) + [\delta I - \mu R](\frac{R-R^*}{R})$$

$$\dot{N} = [\frac{\pi N}{S} - \mu - (1-\omega)\beta I](S-S^*) + [(1-\omega)\beta S - (\mu+\delta)](I-I^*) + [\frac{\delta I}{R} - \mu](R-R^*)$$

พิจารณาจากสมมติฐานจาก $\mu = \frac{\pi N}{S^*} - (1-\omega)\beta I^*$, $\mu + \delta = (1-\omega)\beta S^*$ และ $\mu = \frac{\delta I^*}{R^*}$

จะได้

$$\dot{N} = [\frac{\pi N}{S} - (\frac{\pi N}{S^*} - (1-\omega)\beta I^*) - (1-\omega)\beta I](S - S^*) + [(1-\omega)\beta S - ((1-\omega)\beta S^*)](I - I^*) + [\frac{\delta I}{R} - \frac{\delta I^*}{R^*}](R - R^*)$$

$$\dot{N} = [\pi N(\frac{1}{S} - \frac{1}{S^*}) + (1-\omega)\beta(I - I^*)(S - S^*) + [(1-\omega)\beta(S - S^*)](I - I^*) + [\delta(\frac{I}{R} - \frac{I^*}{R^*})](R - R^*)$$

$$\dot{N} = [\pi N(\frac{1}{S} - \frac{1}{S^*}) + [\delta(\frac{I}{R} - \frac{I^*}{R^*})](R - R^*)$$

$$\dot{N} = [\pi N(\frac{S^* - S}{SS^*}) + [\delta(\frac{R^* - R}{RR^*})](R - R^*)$$

$$\dot{N} = \pi N(\frac{S^* - S}{SS^*}) - \delta\frac{(R - R^*)^2}{RR^*}$$

จากบทนิยาม 1 ฟังก์ชันไลปูนอฟ จะได้ $\dot{N}(t) \le 0$ สำหรับทุก $S(t)$, $I(t)$ และ $R(t)$ จะเป็นจริง ถ้า $S \ne S^*, I \ne I^*$ และ $R \ne R^*$ นั้นคือ ณ จุดสมดุลที่มีโรค $E_1(S^*, I^*, R^*)$ เป็นจุดสมดุลของแบบจำลองของระบบสมการ (1)- (4) เท่านั้น และ ณ จุดสมดุลที่มีโรค $E_1(S^*, I^*, R^*)$ เป็นจุดสมดุลที่มีเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับ

จากทฤษฎีข้างต้นจากแบบจำลองของระบบสมการ (1)- (4) สามารถอธิบายได้ว่าหากบุคคลนั้นอยู่ในกลุ่มเสี่ยงและ $R_0 > 1$ ดังนั้นจะมีประชากรที่ติดเชื้อและแพร่เชื้อไปยังบุคคลอื่น และเมื่อเวลาผ่านไปจะมีการระบาดมากขึ้น

ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลข

การวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์เชิงตัวเลขโดยการนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสำรวจข้อมูลเกี่ยวกับการระบาดของโรคไข้หวัดใหญ่ ซึ่งมีค่าต่าง ๆ ดังนี้

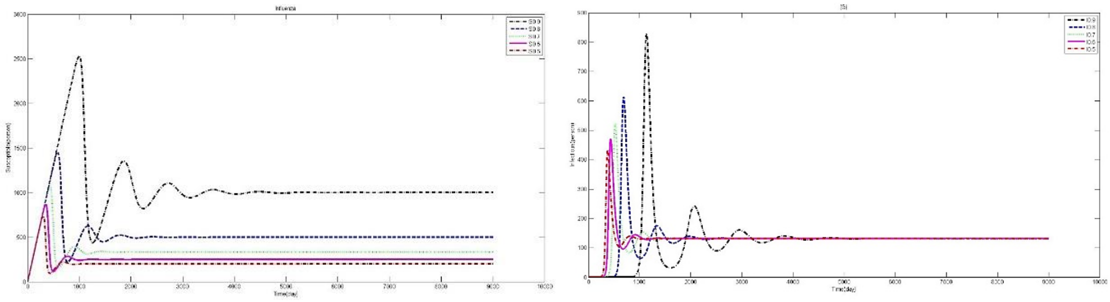
ตารางที่1 ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสำรวจข้อมูลเกี่ยวกับการระบาดของโรคไข้หวัดใหญ่

ข้อความ	สัญลักษณ์	ค่าพารามิเตอร์	หน่วย
จำนวนประชากรของมนุษย์ทั้งหมด	N	500,000	คน
อัตราการเกิดใหม่ของประชากรมนุษย์*	π	5.263×10^{-5}	ต่อวัน
อัตราการสัมผัสเชื้อ*	β	0.002	ต่อวัน
อัตราการตายโดยธรรมชาติ*	μ	3.9139×10^{-5}	ต่อวัน
อัตราการมีภูมิคุ้มกัน*	δ	0.2	ต่อวัน
อัตราการสวมหน้ากาก	ω	0.5-0.9	ต่อวัน

*สำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรคกระทรวงสาธารณสุข, (2562)

จากสมการสมการ (1)-(4) และค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมจากตารางข้างต้นผู้วิจัยได้ตรวจสอบเสถียรภาพ ณ จุดสมดุล โดยจะแสดงผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลขเพื่อสนับสนุนผลการวิเคราะห์เชิงทฤษฎีดังนี้

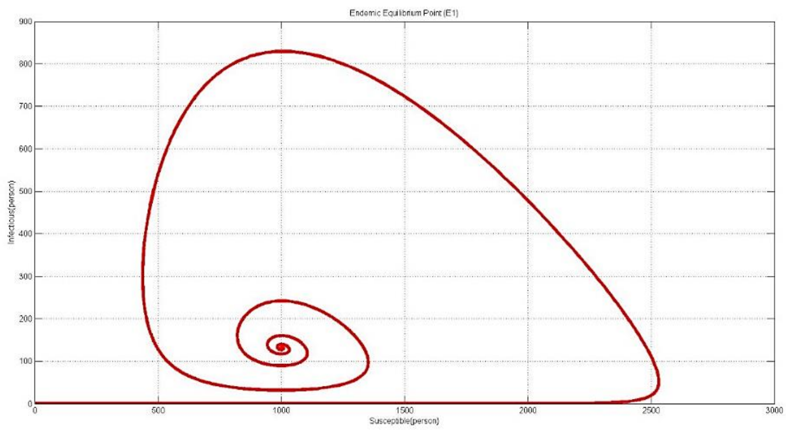
ผู้วิจัยได้พิจารณาเสถียรภาพของระบบ ณ จุดสมดุลที่มีโรคโดยทำการวิเคราะห์การมีเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับโดยใช้ฟังก์ชันไลปูนอฟที่ ณ จุดสมดุลที่มีโรคดังนี้



(a)(b)

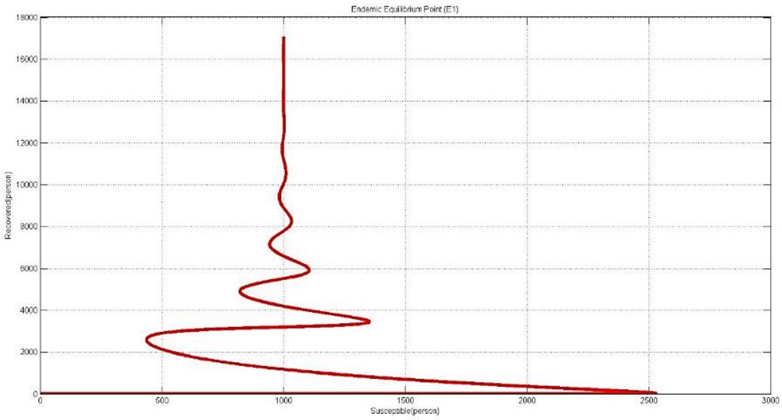
ภาพที่ 2 (a)อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง (S) ณ เวลา t ใด ๆ (b) อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อ (I) ณ เวลา t ใด ๆเมื่อค่า ω = 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 และ 0.9 ตามลำดับ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีโรค

จากภาพที่ 2 แสดงความสัมพันธ์ของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยงเทียบกับเวลา (t) พบว่า อัตราการสวมหน้ากากอนามัยมีผลต่อจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง โดยพบว่า เมื่อเพิ่มอัตราการสวมหน้ากากลงในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ส่งผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยงซึ่งถ้าประชากรมีอัตราการสวมหน้ากากอนามัยเป็นจำนวนมากจะส่งผลให้จำนวนของประชากรกลุ่มเสี่ยงลดลง



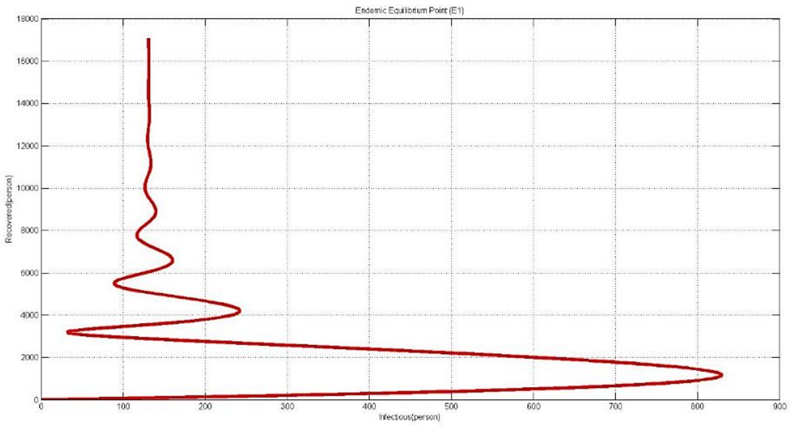
ภาพที่ 3 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง (S) เปรียบเทียบกับกลุ่มติดเชื้อ (I) ณ เวลา t ใด ๆ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีโรค

จากภาพที่ 3 คำตอบเชิงตัวเลขแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง (S) เปรียบเทียบกับกลุ่มติดเชื้อ (I) ณ เวลา tใด ๆพบว่า ถ้ามีผู้ติดเชื้อไข้หวัดใหญ่ $(I \neq 0)$ และ เพิ่มอัตราการสวมหน้ากากอนามัยสำหรับการป้องกัน (ω =0.9) ลงในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะส่งผลให้จำนวนประชากรทั้งสองกลุ่มจะมีแนวโน้มลู่เข้าสู่จุดสมดุลที่มีโรค (Endemic Equilibrium Point: E_1)และจุดสมดุลมีเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับ (Globally asymptotic stable)ณ จุดสมดุลที่มีโรค



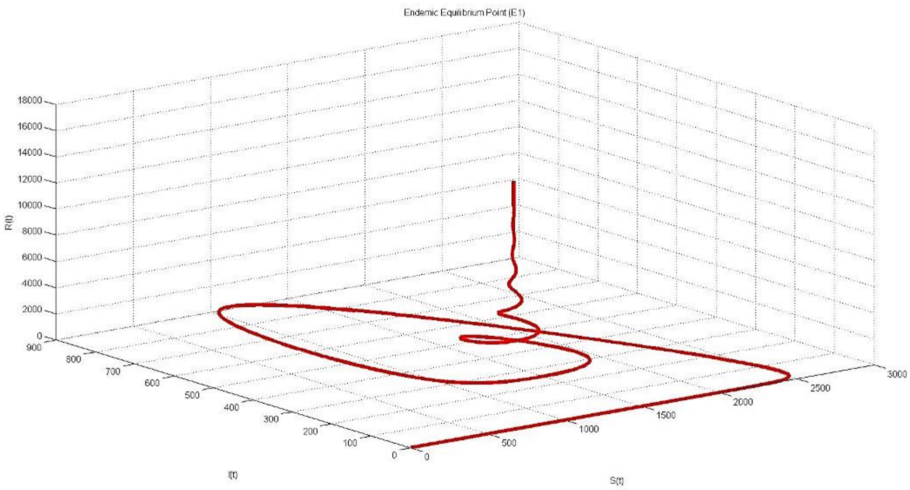
ภาพที่ 4 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง (S) เปรียบเทียบกับกลุ่มหายจากโรค (R) ณ เวลา t ใด ๆ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีโรค

จากภาพที่ 4 คำตอบเชิงตัวเลขแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง (S) เปรียบเทียบกับกลุ่มหายจากโรค (R) ณ เวลา t ใด ๆ จากภาพพบว่า ถ้ามีผู้ติดเชื้อไข้หวัดใหญ่ $(I \neq 0)$ และเพิ่มอัตราการสวมหน้ากากอนามัยสำหรับการป้องกัน (ω =0.9) ลงในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะส่งผลให้จำนวนประชากรทั้งสองกลุ่มจะมีแนวโน้มลู่เข้าสู่จุดสมดุลที่มีโรค (Endemic Equilibrium Point: E_1) และจุดสมดุลมีเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับ (Globally asymptotic stable) ณ จุดสมดุลที่มีโรค



ภาพที่ 5 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อ (I) เปรียบเทียบกับกลุ่มหายจากโรค (R) ณ เวลา t ใด ๆ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีโรค

จากภาพที่ 5 คำตอบเชิงตัวเลขแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อ (I) เปรียบเทียบกับกลุ่มหายจากโรค (R) ณ เวลา t ใด ๆ จากภาพพบว่า ถ้ามีผู้ติดเชื้อไข้หวัดใหญ่ $(I \neq 0)$ และ เพิ่มอัตราการสวมหน้ากากอนามัยสำหรับการป้องกัน (ω=0.9) ลงในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะส่งผลให้จำนวนประชากรทั้งสองกลุ่มจะมีแนวโน้มลู่เข้าสู่จุดสมดุลที่มีโรค (Endemic Equilibrium Point: E_1) และจุดสมดุลมีเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับ (Globally asymptotic stable)ณ จุดสมดุลที่มีโรค



ภาพที่ 6 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง (S) เปรียบเทียบกับกลุ่มติดเชื้อ (I) และกลุ่มหายจากโรค (R) ณ เวลา t ใด ๆ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีโรค

จากภาพที่ 6 คำตอบเชิงตัวเลขแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง (S) เปรียบเทียบกับกลุ่มติดเชื้อ (I) และกลุ่มหายจากโรค (R) ณ เวลา t ใด ๆ จากภาพพบว่า ถ้ามีผู้ติดเชื้อไข้หวัดใหญ่ $(I \neq 0)$ และเพิ่มอัตราการสวมหน้ากากอนามัยสำหรับการป้องกัน (ω=0.9) ลงในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะส่งผลให้จำนวนประชากรทั้งสามกลุ่มจะมีแนวโน้มลู่เข้าสู่จุดสมดุลที่มีโรค (Endemic Equilibrium Point: E_1) และจุดสมดุลมีเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับ (Globally asymptotic stable) ณ จุดสมดุลที่มีโรค

จากการวิจัยพบว่า การสวมหน้ากากอนามัยเป็นผลปัจจัยหนึ่งต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การควบคุมการแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่ โดยพบว่าถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อมีการสวมหน้ากากอนามัยป้องกันน้อยจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคเพิ่มขึ้นและถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อมีการสวมหน้ากากอนามัยป้องกันเป็นจำนวนมากขึ้นจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลงจนกระทั่งไม่มีการแพร่ระบาดของเชื้อและจากการวิเคราะห์เชิงตัวเลขพบว่าความสัมพันธ์ของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง (S) เปรียบเทียบกับกลุ่มติดเชื้อ (I) และกลุ่มหายจากโรค (R) ณ เวลา t ใด ๆ ถ้ามีผู้ติดเชื้อไข้หวัดใหญ่ $(I \neq 0)$ และ เพิ่มอัตราการสวมหน้ากากอนามัยสำหรับการป้องกัน (ω=0.9) ลงในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เมื่อเวลาผ่านไปจะส่งผลให้จำนวนประชากรทั้งสามกลุ่มจะมีแนวโน้มลู่เข้าสู่จุดสมดุลที่มีโรค (Endemic

Equilibrium Point: E_1) และจุดสมดุลมีเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับ (Globally asymptotic stable) ณ จุดสมดุลที่มีโรค $E_1(S^*, I^*, R^*)$

อภิปรายผล

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับและวิเคราะห์เชิงตัวเลขจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการสวมหน้ากากอนามัยสำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่ โดยตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นซึ่งประกอบด้วยประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรที่ติดเชื้อ และประชากรที่หายป่วยจากโรค ซึ่งผู้วิจัยได้เพิ่มค่าพารามิเตอร์ ω คือ อัตราการสวมหน้ากากอนามัยในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และวิเคราะห์เชิงตัวเลขแล้วตรวจสอบการแพร่ระบาดของโรค ซึ่งผู้วิจัยได้พิจารณาจุดสมดุลที่ไม่มีโรคและจุดสมดุลที่มีโรคโดยการวิเคราะห์จุดสมดุลและเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับของจุดสมดุลจากการสร้างฟังก์ชันไลปูนอฟ (Lyapunov function) ที่เหมาะสมกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อหาเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับอธิบายการดำเนินการของโรคไข้หวัดใหญ่

จากการวิจัยพบว่า การสวมหน้ากากอนามัยเป็นผลปัจจัยหนึ่งต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การควบคุมการแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่ โดยพบว่าถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อมีการสวมหน้ากากอนามัยป้องกันเป็นจำนวนมากขึ้นจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลงจนกระทั่งไม่มีการแพร่ระบาดของโรคไข้หวัดใหญ่และจากการวิเคราะห์เชิงตัวเลขพบว่าความสัมพันธ์ของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง (S) เปรียบเทียบกับกลุ่มติดเชื้อ (I) และกลุ่มหายจากโรค (R) ณ เวลา t ใด ๆถ้าเพิ่มอัตราการสวมหน้ากากอนามัยสำหรับการป้องกันโรคไข้หวัดใหญ่จะส่งผลให้จำนวนประชากรทั้งสามกลุ่มจะมีแนวโน้มลู่เข้าสู่จุดสมดุลที่มีโรค (Endemic Equilibrium Point: E_1)และจุดสมดุลมีเสถียรภาพวงกว้างแบบเชิงเส้นกำกับ (Globally asymptotic stable)

จากผลวิจัยข้างต้นสามารถนำไปใช้เป็นข้อมูลสนับสนุนในการป้องกันโรคไข้หวัดใหญ่เพื่อลดจำนวนผู้ป่วย และใช้เป็นข้อมูลทางวิชาการให้กับหน่วยงานที่เฝ้าระวังการเกิดโรคระบาดของสำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข รวมทั้งเป็นแนวทางให้กับหน่วยงานด้านสาธารณสุขดำเนินการหามาตรการควบคุมและป้องกันโรคไข้หวัดใหญ่โดยการดำเนินการรณรงค์ให้ประชาชนสวมหน้ากากอนามัยป้องกันโรคไข้หวัดใหญ่ให้ได้จำนวนมากที่สุด

จากการศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่ ทำให้ทราบถึงกระบวนการการแพร่ระบาดและผลลัพธ์ที่ได้จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ช่วยให้ผู้วิจัยเข้าใจถึงปัจจัยที่สามารถควบคุมการแพร่ระบาดของโรคไข้หวัดใหญ่ได้ รวมทั้งมีความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับการแพร่กระจายของโรคไข้หวัดใหญ่นอกจากนี้กระบวนการของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สามารถปรับเปลี่ยนลักษณะเฉพาะของโรคระบาดได้ซึ่งในขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อมูลในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของการสวมหน้ากากอนามัยที่ส่งผลต่อการดำเนินการของโรคช่วยให้ผู้วิจัยเข้าใจวิวัฒนาการของการระบาด

และเข้าใจถึงมาตรการควบคุมโรค จากการสร้างฟังก์ชันไลปูนอฟ (Lyapunov function) ที่เหมาะสมกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อหาเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับอธิบายการดำเนินการของโรคดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้ของการศึกษานี้จะเป็นประโยชน์อย่างสูงในการลดความเสี่ยงของการติดเชื้อไข้หวัดใหญ่การแพร่เชื้อและการควบคุมไข้หวัดใหญ่โดยที่ผู้วิจัยไม่จำเป็นต้องไปศึกษากับมนุษย์โดยตรงซึ่งอาจเกิดอันตรายต่อชีวิตของผู้วิจัยและผู้ป่วยได้ อีกทั้งยังช่วยลดงบประมาณสำหรับการเสริมมาตรการการรักษาและการป้องกันโรคตามความต้องการที่แท้จริงได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสมมากที่สุดด้วย

ข้อเสนอแนะ

1. ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้จากการศึกษาในครั้งนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับโรคชนิดอื่นที่มีลักษณะการแพร่กระจายทางอากาศและแพร่ระบาดคล้ายกับโรคไข้หวัดใหญ่ได้

2. ศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ควบคุมการแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่โดยการเพิ่มค่าพารามิเตอร์อื่น ๆ ได้แก่ การรณรงค์ให้ความรู้เกี่ยวกับไข้หวัดใหญ่ การฉีดวัคซีนป้องกันโรค เป็นต้น

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณคณาจารย์ในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ตที่ให้การสนับสนุนคำปรึกษา วัสดุและอุปกรณ์ และสถานที่ในการดำเนินการวิจัย

เอกสารอ้างอิง

ธีรวัฒน์ นาคะบุตร. (2546). *ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์*. นครปฐม: สำนักพิมพ์สถาบันราชภัฏนครปฐม.

สำนักระบาดวิทยากรมควบคุมโรคกระทรวงสาธารณสุข. (2562). *โรคไข้หวัดใหญ่ (Influenza) (Online)*. สืบค้นจากhttp://www.boe.moph.go.th/boedb/surdata/disease.php?ds=15, 12 มกราคม 2562.

อนุวัตร จิรวัฒนพาณิช. (2562). ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง.*วารสารวิชาการมหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต* ปีที่ 15 (1). (น.20-43). ภูเก็ต: มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต.

Xu R. and Ma Z.(2009). *Global stability of a SIR epidemic model with nonlinear incidence rate and time delay*, Nonlinear Anal, RWA 10, 3175-3189.